РАЗДЕЛ I
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ

УДК 621.981.1

Алюшин Ю. А.
Самусев С. В.
Жигулев Г. П.

ПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ТОЛСТЫХ ПОЛОС ДЛЯ СВАРНЫХ ТРУБ

Современные технологические линии для производства прямошовных сварных труб большого диаметра оснащены высокопроизводительным оборудованием на участках поэтапной гибки-формовки листовой заготовки до конечного цилиндрического профиля трубы с заданными размерами. В частности, получившие широкое распространение линии трубоэлектросварочных агрегатов (ТЭСА) [1] включают производственные участки с прессами для подгибки кромок заготовки, для пошаговой или поэтапной формовки центрального участка до получения готового щелевого профиля, сборочно-сварочные станы для формирования профиля с заданной овальностью под сборку-сварку и гидромеханические экспандеры для пошагового формоизменения входящей овальной заготовки до готового размера трубы. На каждом из участков заготовка подвергается пластической деформации с неоднородным напряженным состоянием, обеспечивающим требуемую остаточную кривизну, которая может быть получена только за счет неоднородного деформированного состояния, формирующего с учетом реальных свойств материала достаточно сложное распределение напряжений, как во время изгиба, так и после разгрузки.

Теория изгиба разработана достаточно хорошо преимущественно для упругой области и плоского напряженного состояния, но с каждым годом возрастает потребность в трубах, обеспечивающих необходимую прочность и надежность магистральных трубопроводов большого диаметра. При разработке соответствующих технологических процессов необходимо учитывать особенности формоизменения толстых листов, выбирать обоснованные критерии для контроля качества и оптимизации процессов.

Программные комплексы типа DeForm [2], предназначенные для анализа процессов обработки металлов давлением, позволяют получить большой объем информации и оптимизировать технологические процессы непосредственно за компьютером без дорогостоящих производственных экспериментов. Но неопределенность граничных условий по существу сводит исследования к методам проб и ошибок, как и в производственных экспериментах. Поэтому даже приближенные теоретические методы имеют преимущества перед численными, в том числе конечно-элементными, так как позволяют анализировать функциональные зависимости между технологическими параметрами процесса, характеристиками напряженно-деформированного состояния и показателями качества изделий. Именно локальные характеристики все чаще становятся критериями оптимизации процессов. Например, в работе [3] для получения труб требуемого качества при существенном уменьшении парка и сокращении времени на переустановку дорогостоящего унифицированного сменного технологического инструмента и уточнения границ унификационных групп использованы значения продольной деформации кромок заготовки.

Цель работы – построение математических моделей для анализа напряженно-деформированного состояния и расчёта энергосиловых параметров в процессах гибки, которые могут быть использованы при выборе оборудования и разработке технологических процессов производства труб для магистральных трубопроводов большого диаметра.

Изгиб относится к наиболее распространенным операциям пластического формоизменения и достаточно подробно исследован в различных условиях реализации технологических процессов. Но практически все решения базируются на известном из теории упругости дифференциальном уравнении упругой линии [4]:

$$EJ\frac{d^2y}{dx^2} = M(x), \tag{1}$$

где J – момент инерции сечения относительно главной центральной оси, перпендикулярной плоскости изгибающего момента, E – модуль Юнга. Уравнение (1) описывает только положение центральной линии $y(x)$. Чтобы найти распределение напряжений и деформации по объёму заготовки, следует рассмотреть уравнения движения в форме Лагранжа [5]. Для некоторых процессов гибки в области упругих и пластических (необратимых) деформаций можно использовать уравнения [6]:

$$x = \rho \cdot \sin\psi; \quad y = r - \rho \cdot \cos\psi; \quad \psi = \xi \alpha / \rho\ . \tag{2}$$

Радиус $r(t)$ волокна, совпадающего с осью «х» в исходном состоянии (координата Лагранжа $\beta = 0$), характеризует изменение эйлеровых координат во времени. Функция $\xi(\alpha, \beta, r)$ зависит от кривизны и лагранжевых координат ($\alpha = x_0$, $\beta = y_0$, $\gamma = z_0$), произведение $\xi\alpha$ определяет новую длину волокна $\beta = const$, $\rho(r, \beta)$ – его текущий радиус. Условие $\partial\rho / \partial\alpha \equiv \rho_\alpha$=0 вытекает из сделанного выше предположения, что волокна преобразуются в дуги окружностей, их радиус зависит только от ординаты β.

Система (2) допускает использование различных предположений относительно сжимаемости материала и граничных условий в перемещениях или деформациях на внешних поверхностях полосы. Принимая различные предположения о виде функций $\xi(\alpha, \beta, r)$ и $\rho(r, \beta)$, можно получить соответствующие варианты распределения деформаций и напряжений по объёму листа и энергосиловые параметры процесса.

Во всех рассмотренных ниже моделях предполагается, что ширина листа B значительно превышает его толщину $B >> h$, размеры, перпендикулярные плоскости деформации, не изменяются ($z = \gamma$). Отношение объёмов частиц в текущем δV и исходном δV_0 состояниях определяет якобиан:

$$R = \frac{\delta V}{\delta V_0} = \begin{vmatrix} x_\alpha & x_\beta \\ y_\alpha & y_\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \rho\psi_\alpha\cos\psi & \rho\psi_\beta\cos\psi + \rho_\beta\sin\psi \\ \rho\psi_\alpha\sin\psi & \rho\psi_\beta\sin\psi - \rho_\beta\cos\psi \end{vmatrix} = -\rho \cdot \rho_\beta \cdot \psi_\alpha. \tag{3}$$

В уравнении (3) и далее нижние индексы при обозначении функций соответствуют частным производным рассматриваемых функций по указанным в индексах переменным, например $\partial\rho / \partial\beta \equiv \rho_\beta$, $\partial\psi / \partial\alpha \equiv \psi_\alpha$.

В соответствии с энергетической моделью [6] при квазистатическом нагружении уравнения движения (2) должны удовлетворять условиям равновесия [5], которые для рассматриваемой задачи преобразуются в дифференциальные уравнения второго порядка:

$$x_{\alpha\alpha} + x_{\beta\beta} = 0; \quad y_{\alpha\alpha} + y_{\beta\beta} = 0. \tag{4}$$

Для снижения математических трудностей воспользуемся гипотезой плоских сечений, которая, как показывает опыт [7], приводит к удовлетворительным результатам в области не только упругих, но и пластических деформаций. В этом случае:

$$\psi = \frac{\alpha}{r} \quad \text{или} \quad \xi = \frac{\rho}{r}; \quad R = -\rho_\beta \frac{\rho}{r}. \tag{5}$$

При $\psi_\alpha = 1/r$, $\psi_\beta = 0$ вместо уравнений (4) получаем одно линейное дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\rho_{\beta\beta} = \rho / r^2 , \tag{6}$$

общее решение, которого имеет вид [8]:

$$\rho = C_1 \exp\left(\frac{\beta}{r}\right) + C_2 \exp\left(-\frac{\beta}{r}\right). \tag{7}$$

Из (7) следует

$$\rho_\beta = \frac{C_1}{r}\exp\left(\frac{\beta}{r}\right) - \frac{C_2}{r}\exp\left(-\frac{\beta}{r}\right),$$

тогда отношение объёмов:

$$R = \frac{\delta V}{\delta V_0} = \left(\frac{C_1}{r}\right)^2 \exp\left(\frac{2\beta}{r}\right) - \left(\frac{C_2}{r}\right)^2 \exp\left(-\frac{2\beta}{r}\right) \tag{8}$$

зависит только от координаты β и граничных условий при определении констант C_1 и C_2. В частности, из условия $\rho = r$ при $\beta = 0$ имеем:

$$C_1 + C_2 = r. \tag{9}$$

Если наружный контур $\beta = -a$ свободен от внешних воздействий (кроме точки приложения внешней силы), тогда в ортогональном ему направлении деформация растяжения-сжатия должна отсутствовать. Это утверждение можно представить в виде условия $\rho_\beta = 1$ при $\beta = -a$ (на нижнем наружном контуре) независимо от угла ψ или координаты α, отсюда:

$$r = C_1 \exp\left(\frac{-a}{r}\right) - C_2 \exp\left(\frac{a}{r}\right). \tag{10}$$

Из системы уравнений (9) – (10) находим:

$$\frac{C_1}{r} = \frac{\exp\left(\frac{a}{r}\right) + 1}{\exp\left(\frac{-a}{r}\right) + \exp\left(\frac{a}{r}\right)}; \qquad \frac{C_2}{r} = \frac{\exp\left(\frac{-a}{r}\right) - 1}{\exp\left(\frac{-a}{r}\right) + \exp\left(\frac{a}{r}\right)}. \tag{11}$$

В области малых значений $a/r \approx 0$, когда можно ограничиться двумя членами разложения ряда $\exp(a/r) \approx 1 + a/r$, вместо (11) можно записать:

$$C_1 = r + a/2; \qquad C_2 = -a/2. \tag{12}$$

Если вместо уравнения (9) принять условие для радиуса кривизны внутреннего слоя $\rho = r - b$ для $\beta = b$, тогда получаем:

$$C_1 = \frac{r[1 - \exp(-b/r)] - b}{\exp(b/r) - \exp(-b/r)}, \qquad C_1 = \frac{b - r[1 - \exp(b/r)]}{\exp(b/r) - \exp(-b/r)}. \tag{13}$$

Как показывают расчеты, разница в перемещениях по двум упомянутым выше вариантам определения констант интегрирования практического значения не имеет. Отношение объемов в текущем и исходном состояниях (8) меняется по высоте примерно по линейному закону.

В рассмотренной выше модели толщина полосы увеличивается в области сжатых и уменьшается в области растянутых волокон, что позволяет оценить деформационные и геометрические параметры заготовки в локальных очагах изгиба непосредственно в контакте заготовки с поверхностью инструмента.

Если пренебречь изменением толщины волокон в процессе изгиба, тогда радиусы кривизны составят $\rho = r - \beta$. При этом ортогональность сечений $\alpha = const$ и $\beta = const$ выполняется с точностью $\alpha\beta^2 / r \approx 0$. Действительно, при ортогональности должно выполняться равенство площадей сечений части полосы в исходном $S_0 = \alpha\beta$ и деформированном $S = 0{,}5(\alpha / r)[r^2 - (r-\beta)^2]$ состояниях. Для разности площадей секторов с углом $\psi = \alpha / r$ и радиусах r и $\rho = r - \beta$ получаем:

$$S - S_0 = 0{,}5\{(\alpha / r)[r^2 - (r-\beta)^2] - 2\alpha\beta\} = 0{,}5\{(\alpha / r)(2r\beta - \beta^2) - 2\alpha\beta\} = 0{,}5\alpha\beta^2 / r .$$

Отклонение становится существенным при увеличении длины изгибаемой части полосы и по мере увеличения изгиба. При указанных предположениях уравнения движения частиц полосы принимают вид:

$$x(\alpha,\beta,r) = (r-\beta)\sin\psi , \qquad y(\alpha,\beta,r) = r - (r-\beta)\cos\psi , \qquad \psi = \alpha / r . \tag{14}$$

Условия «равновесия» (4) выполняются лишь приближенно с точностью до:

$$x_{\alpha\alpha} = -\frac{1}{r}\left(1-\frac{\beta}{r}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{r}\right) \approx 0 \qquad \text{и} \qquad y_{\alpha\alpha} = \frac{1}{r}\left(1-\frac{\beta}{r}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{r}\right) \approx 0 .$$

Волокна $\beta = const$ образуют дуги окружностей с единым центром, но разными радиусами кривизны:

$$x^2 + (y-r)^2 = (r-\beta)^2$$

при отношении объёмов частиц в деформированном и исходном состояниях

$$R = \frac{\delta V}{\delta V_0} = \begin{vmatrix} \left(1-\frac{\beta}{r}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{r}\right) & -\sin\left(\frac{\alpha}{r}\right) \\ \left(1-\frac{\beta}{r}\right)\sin\left(\frac{\alpha}{r}\right) & \cos\left(\frac{\alpha}{r}\right) \end{vmatrix} = 1 - \frac{\beta}{r} . \tag{15}$$

Для уравнений движения (14) гипотеза плоских сечений не выполняется, но более простая в математическом отношении она приводит к результатам, практически совпадающим с получаемыми на основе уравнений (2) как по смещениям, так и по изменению объёма, напряженному и деформированному состояниям.

Существенным недостатком обоих, рассмотренных выше, вариантов, является значительное изменение объёма частиц на внутренней и наружной поверхностях полосы, например, до 4 % при толщине полосы 40 мм и радиусе изгиба r = 500 мм. Требуемая на это мощность внешних сил на порядок превышает мощность пластической деформации, которая не сопровождается изменением объёма.

Для выполнения условия постоянства объёма можно предположить, что длина волокон остается неизменной. Тогда угол $\psi = \alpha / r$ зависит от координаты α и радиуса волокна, который в свою очередь зависит только от координаты β:

$$x(\alpha,\beta,r) = \rho\sin(\alpha / \rho) , \qquad y(\alpha,\beta,r) = r - \rho\cos(\alpha / \rho) , \qquad z = \gamma = const . \tag{16}$$

Из соотношения:

$$R = \begin{vmatrix} \cos\left(\frac{\alpha}{\rho}\right) & \rho_\beta[\sin\left(\frac{\alpha}{\rho}\right) - \frac{\alpha}{\rho}\cos\left(\frac{\alpha}{\rho}\right)] \\ \sin\left(\frac{\alpha}{\rho}\right) & -\rho_\beta[\cos\left(\frac{\alpha}{\rho}\right) + \frac{\alpha}{\rho}\sin\left(\frac{\alpha}{\rho}\right)] \end{vmatrix} = -\frac{\partial\rho}{\partial\beta} = 1$$

с учетом граничного условия $\rho = r$ при $\beta = 0$ получим $\rho = r - \beta$. Система (16) отличается от предыдущей (14) значениями аргументов тригонометрических функций:

$$x(\alpha,\beta,r) = (r-\beta)\sin\frac{\alpha}{r-\beta}, \qquad y(\alpha,\beta,r) = r-(r-\beta)\cos\frac{\alpha}{r-\beta}, \qquad z=\gamma=const\,.$$

Энергетическую меру деформации Γ_e^2 и среднеквадратическое отклонение длин ребер бесконечно малых параллелепипедов от их среднего значения Γ [6] определяют уравнения:

$$\Gamma_e^2 = 3+\frac{\alpha^2}{(r-\beta)^2}, \qquad \Gamma = \sqrt{\frac{2}{3}}\left[\sqrt{1+\frac{\alpha^2}{(r-\beta)^2}}-1\right].$$

В отличие от ранее рассмотренных вариантов, характеристики деформированного и напряженного состояний зависят преимущественно от координаты α, что характерно для сдвига с практически однородным деформированным состоянием по сечению полосы. При этом на всем протяжении процесса сохраняется вертикальное положение торцевой плоскости $\alpha = L$.

Для процессов, в которых торцевую поверхность на всем протяжении гибки можно, считать плоской и наклоненной к вертикальной оси «y» под любым промежуточным углом $0 \le \varphi \le L/r$ для описания уравнений движения частиц заготовки можно воспользоваться принципом суперпозиции [5–6] с использованием двух рассмотренных выше вариантов движения. Для описания совмещенного движения достаточно заменить переменные Лагранжа во внешнем движении выражениями для соответствующих переменных Эйлера внутреннего движения.

Если считать внешним движение с уравнениями (14), а внутренним – (16), тогда совмещенное движение описывают уравнения:

$$x = (r-\beta)\cos\left(\frac{\alpha}{r-\beta}\right)\sin\left(\frac{r-\beta}{r}\sin\frac{\alpha}{r-\beta}\right),\; y = r-(r-\beta)\cos\left(\frac{\alpha}{r-\beta}\right)\cos\left(\frac{r-\beta}{r}\sin\frac{\alpha}{r-\beta}\right).$$

Если же считать внешним движение (16), а внутренним (14), тогда соответственно получим для совмещенного движения:

$$x = (r-\beta)\cos\left(\frac{\alpha}{r}\right)\sin\left(\sin\left(\frac{\alpha}{r}\right)\right), \qquad y = r-(r-\beta)\cos\left(\frac{\alpha}{r}\right)\cos\left(\sin\left(\frac{\alpha}{r}\right)\right).$$

Особо следует отметить, что при численных расчетах, например в пакете Excel, для перехода от простых движений к совмещенным достаточно заменить идентификаторы (адреса) соответствующих переменных.

Уравнения движения (14) и (16) позволяют определять положения частиц, их перемещения, скорости, скорости деформации, деформированное и напряженное состояния с использованием любых мер деформации и определяющих соотношений. Если требуется определить только интегральные характеристики, такие как работа, мощность или усилия деформации, тогда можно воспользоваться простейшими уравнениями движения и кинематически возможными полями скоростей с определением верхней оценки мощности, энергии и усилий деформации.

В частности, для изгиба толстых полос процесс можно рассматривать как преобразование исходной плоской заготовки в цилиндрическую без изменения объёма частиц и толщины полосы за счет относительного вращения двух жестких зон с появлением пластического шарнира между ними. Такая модель позволяет сравнительно просто найти мощность деформации W, а затем и усилия P в зависимости от длины остающейся недеформированной части заготовки.

Принимая во внимание, что изгиб осуществляется силой, приложенной в крайнем сечении полосы ($\alpha = L$), её можно представить состоящей из деформированной на участке $\psi = \alpha / r \le \varphi(t)$, прилегающей к плоскости защемления заготовки x = 0, и недеформированной зоны на участке $\alpha \ge \alpha_1 = R\varphi(t)$. На участке контакта полосы и инструмента $0 \le \psi = \alpha / r \le \varphi(t)$ волокна $\beta = const$ являются дугами окружностей:

$$x = (r - \beta) \cdot \sin(\alpha / r), \qquad y = r - (r - \beta) \cdot \cos(\alpha / r), \tag{17}$$

где r = *const* – радиус волокна с лагранжевой координатой $\beta = 0$, длина которого предполагается неизменной, его пересечение с плоскостью защемления полосы является началом системы координат. Радиус верхнего пуансона (опорного инструмента) тогда составит $R_p = r - h/2$, $\varphi(t)$ – угловой параметр пластически деформированной зоны, сечение $\alpha_1 = r\varphi(t)$ является границей между деформированной $\alpha \le \alpha_1 = r\varphi(t)$ и недеформированной (упругой=жесткой) $\alpha \ge \alpha_1 = r\varphi(t)$ зонами заготовки и постепенно перемещается от зоны защемления к торцевой плоскости, в которой приложена сосредоточенная сила.

В зоне $r\varphi(t) \le \alpha \le L$ волокна $\beta = const$ остаются прямыми, наклоненными под углом $\varphi(t)$ к оси *x*, каждая из которых пересекает плоскость $\varphi(t)$ в точке с координатами:

$$x_1 = (r - \beta) \cdot \sin\varphi, \qquad y_1 = r - (r - \beta) \cdot \cos\varphi,$$

уравнения движения можно записать в виде:

$$x = (r - \beta) \cdot \sin\varphi + (\alpha - r\varphi) \cdot \cos\varphi, \qquad y = r - (r - \beta) \cdot \cos\varphi + (\alpha - r\varphi) \cdot \sin\varphi,$$

где функцией времени является угловая координата границы зоны деформации $\varphi(t)$. Компоненты скорости в зоне 2:

$$x_t = -\varphi_t[(\alpha - r\varphi) \cdot \sin\varphi + \beta \cdot \cos\varphi], \quad y_t = \varphi_t[(\alpha - r\varphi) \cdot \cos\varphi - \beta \cdot \sin\varphi]$$

соответствуют вращению абсолютно твердого тела с угловой скоростью φ_t, мгновенный центр скоростей находится на пересечении волокна $\beta = 0$ с плоскостью $\alpha = r\varphi(t)$, ограничивающей деформированную часть полосы $\varphi(t)$. Компоненты скорости в зоне 2 в форме Эйлера:

$$x_t = -\varphi_t[y - r(1 - \cos\varphi)], \qquad y_t = \varphi_t(x - r\sin\varphi),$$

показывают, что изменение объёма и сдвиги отсутствуют, так как:

$$div\vec{v} = x_{tx} + y_{ty} = 0, \qquad s_{xy} = x_{ty} + y_{tx} = 0.$$

Рассмотрим текущее состояние полосы с положением границы между деформированной и недеформированной частями полосы в сечении $\alpha = r\varphi(t)$. Радиус пластического шарнира для простоты расчетов можно принять равным половине толщины полосы $h/2$, тогда мощность внутренних сил на поверхности пластического шарнира составит:

$$W_\tau = 0{,}25\tau_s \pi\omega B h^2,$$

где τ_s – предел текучести материала на сдвиг, *B* – ширина полосы, *ω* – угловая скорость вращения подвижной зоны относительно неподвижной. Для мощности внешней силы *P* соответственно получим:

$$W_P = P v_P \cos\lambda, \quad \lambda = \varphi - \theta, \qquad tg\theta = h / 2L_\varphi, \qquad L_\varphi = L - R\varphi,$$

где v_P – линейная скорость точки приложения силы ($\alpha = L,\ \ \beta = -h/2$) на торце полосы, λ – угол между направлениями силы и скорости в этой точке (скорость перпендикулярна центральной оси полосы), θ – угол между диагональю и осью прямоугольной зоны недеформированной части заготовки, $\varphi(t)$ – угловая координата границы зоны деформации, L_φ – длина (по центральной оси) недеформированной зоны полосы. Угловая $\varphi_t = \omega$ и линейная v_P скорости связаны уравнением $\omega = v_P \cos\theta / L_\varphi$.

Из условия равенства мощностей внутренних W_τ и внешних W_P сил для верхней оценки усилия деформации с учетом значений углов получаем:

$$P = \tau_s \pi \frac{Bh^2}{4L_\varphi} \frac{\cos(arctg(h/2L_\varphi))}{\cos(\varphi - arctg(h/2L_\varphi))}.$$

Верхнюю оценку силы P можно понизить, если радиус кривизны пластического шарнира найти из условия минимума мощности внутренних сил [9], при этом окончательный результат принимает вид:

$$P_{KB} = 0{,}66\tau_s \frac{Bh^2}{L_\varphi} \frac{\cos(arctg(h/2L_\varphi))}{\cos(\varphi - arctg(h/2L_\varphi))}. \tag{18}$$

Для оценки точности результат (18) можно сравнить с нижней оценкой усилия P_{CB}, соответствующего статически возможному напряженному состоянию, принимая интенсивности напряжений σ_i и деформаций ε_i совпадающими с их значениями для продольных волокон. Учитывая упрочнение материала в соответствии с уравнениями:

$$\sigma_i = E\varepsilon_i \qquad \text{при} \quad \varepsilon_i \le \varepsilon_s,$$

$$\sigma_i = E\varepsilon_s + \Pi(\varepsilon_i - \varepsilon_s) \qquad \text{при} \quad \varepsilon_i \ge \varepsilon_s,$$

получим момент этих напряжений относительно центральной оси при упругопластическом состоянии полосы с радиусом кривизны центрального слоя *r(t)*:

$$M = 2B\left\{\sigma_s h_y^2/3 + 0{,}5\sigma_s[h^2/4 - (\sigma_s r/E)^2] + \Pi/(6r)(h^3/4 + h_y^3 - 0{,}75h_y h^2\right\},$$

где h_y – размер упругой центральной области полосы, $h_y = \sigma_s r/E$. Если принять $h_y = 0$, с некоторым завышением нижней оценки для усилия получим:

$$M/B = \sigma_s h^2/4 + \Pi h^3/12r,$$

$$P_{CB} = M/(L_\varphi \cos\varphi) = B[\sigma_s h^2/4 + \Pi h^3/12r]/(L_\varphi \cos\varphi). \tag{19}$$

Разница между нижней и верхней оценками по уравнениям (18) и (19) зависит от принятой модели упрочнения материала. Её можно оценить по значениям изгибающих моментов в сечении полосы:

$$M_{CB}/B = \sigma_s h^2/4 + \Pi h^3/(12r), \qquad M_{KB}/B = \sigma_s \pi h^2/6{,}8$$

и, если не учитывать упрочнение материала (*П = 0*), она может достигать 40 %. Для повышения точности расчетов можно рекомендовать определять σ_s по среднеинтегральному значению деформации ε_i по сечению полосы [9].

Статически возможные решения для сил и моментов можно использовать для оценки остаточной кривизны полосы. При упругой разгрузке сохраняется линейная зависимость между напряжениями и деформациями и после разгрузки изгибающий момент становится равным 0, т. е. момент от упругих деформаций при разгрузке равен моменту в сечениях полосы к моменту разгрузки. Кривизна полосы, в соответствии с дифференциальным уравнением упругой линии (1), изменится на величину $1/\rho = M/EJ$. При исходном радиусе кривизны центральной линии *r* остаточная кривизна составит:

$$\frac{1}{\rho_{ocm}} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{M}{EJ}.$$

Предложенные варианты описания течения частиц заготовки применимы к процессам гиба кромки, формовки фрагментов заготовки, деформации на этапах сборки и экспандирования сваренного профиля [3].

Сравнение расчетных и экспериментальных результатов по перемещениям частиц на торцевой плоскости полосы на каждом из участков и усилиям на конечной стадии процесса выполнено для трубы диаметром 1420 мм при исходных размерах листа 4357×12015 мм^2 и толщине 21,6 мм. Эксперименты проведены на линии ТЭСА-1420. При расчете усилий использовали механические свойства стали К60 (предел текучести σ_s = 589 МПа, модуль упругости E=2×10^5 МПа, модуль упрочнения П =1000 МПа). Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение расчетных и экспериментальных усилий на различных участках

	Название участка	$P_{расчет.}$ (МН)	$P_{экспер.}$ (МН)
1	Подгибка кромки	19,83	18,55
2	Шаговая формовка	12,22	11, 36
3	Сборка и сварка	0,0786	0,0722
4	Экспандирование	13,07	12,57

ВЫВОДЫ

Предложены три математические модели процессов формоизменения типа изгиба с описанием движения в форме Лагранжа, которые с учетом принципа суперпозиции движений могут быть использованы для анализа напряженно-деформированного состояния. В широком диапазоне изменения геометрических, механических и иных характеристик для операций гибки с контролем точности моделирования по особенностям деформированного состояния и положениям торцевых плоскостей, а также для расчета верхней и нижней оценки усилий на различных этапах процесса с возможностью прогнозирования упрочнения металла по объему заготовки и остаточной кривизны полосы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рымов В. А. Совершенствование производства сварных труб. / В. А. Рымов, П. И. Полухин, И. Н Потапов. – М. : Металлургия, 1983. – 286 с.*
2. *Самусев С. В. Методы расчета напряженно-деформированного состояния при производстве сварных труб в линии ТЭСА. Сб. задач. / С. В. Самусаев, А. Н. Фортунатов. – М. : МИСиС, 2008. – 136 с.*
3. *Разработка методики расчета параметров инструмента для унификации групп сварных труб на участке кромкогибочных прессов. / С. В. Самусев, А. В. Люскин, А. И. Романцов [и др.] / Известия вузов ЧМ № 3, 2013 – 20–22 с.*
4. *Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. / В. И.Феодосьев. – М. : Изд-во МГТУ, 2000. – 592 с.*
5. *Алюшин Ю. А. Механика твердого тела в переменных Лагранжа. / А. Ю. Алюшин. – М. : Машиностроение, 2012. – 192 с.*

6. Энергетическая модель обратимых и необратимых деформаций. / Ю. А. Алюшин [и др.] – М. : Машиностроение, 1996. – 128 с.

7. Лысов М. И. Теория и расчет процессов изготовления деталей методами гибки. / М. И. Лысов. – М. : Машиностроение, 1966. – 236 с.

8. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. / Э. Камке. – М. : Наука, 1971. – 576 с.

9. Алюшин Ю. А. Метод верхней оценки и его применение при решении задач обработки металлов давлением. / Ю. А. Алюшин. – Ростов-на-Дону, РИСХМ, 1977.

REFERENCES

1. Rymov V. A. Sovershenstvovanie proizvodstva svarnyh trub. / V. A. Rymov, P. I. Poluhin, I. N Potapov. – M. : Metallurgija, 1983. – 286 s.

2. Samusev S. V. Metody rascheta naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija pri proizvodstve svar-nyh trub v linii TJeSA. Sb. zadach. / S. V. Samusaev, A. N. Fortunatov. – M. : MISiS, 2008. – 136 s.

3. Razrabotka metodiki rascheta parametrov instrumenta dlja unifikacii grupp svarnyh trub na uchastke kromkogibochnyh pressov. / S. V. Samusev, A. V. Ljuskin, A. I. Romancov [i dr.] / Izvestija vuzov ChM № 3, 2013 – 20–22 s.

4. Feodos'ev V. I. Soprotivlenie materialov. / V. I. Feodos'ev. – M. : Izd-vo MGTU, 2000. – 592 s.

5. Aljushin Ju. A. Mehanika tverdogo tela v peremennyh Lagranzha. / A. Ju. Aljushin. – M. : Mashinostroenie, 2012. – 192 s.

6. Jenergeticheskaja model' obratimyh i neobratimyh deformacij. / Ju. A. Aljushin [i dr.] – M. : Mashinostroenie, 1996. – 128 s.

7. Lysov M. I. Teorija i raschet processov izgotovlenija detalej metodami gibki. / M. I. Lysov. – M. : Mashinostroenie, 1966. – 236 s.

8. Kamke Je. Spravochnik po obyknovennym differencial'nym uravnenijam. / Je. Kamke. – M. : Nauka, 1971. – 576 s

9. Aljushin Ju. A. Metod verhnej ocenki i ego primenenie pri reshenii zadach obrabotki metallov davleniem. / Ju. A. Aljushin. – Rostov-na-Donu, RISHM, 1977.

Алюшин Ю. А. – д-р техн. наук, проф. МГГУ

Самусев С. В. – д-р техн. наук, проф. НИТУ МИСиС

Жигулев Г. П. –канд. техн. наук, доц. НИТУ МИСиС

МГГУ – Московский государственный горный университет, г. Москва, Россия.

НИТУ МИСИС – Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС», г. Москва, Россия.

E-mail: alyushin@msmu.ru; samysev@misis.ru; zhigulev@misis.ru

Статья поступила в редакцию 14.02.2014 г.